$180^{°}$*-3*$α$

$$2α$$

*Задача*

*У трикутнику ABC відомі сторони* $AC=b$ *та* $AB=c$*. Знайти сторону BC, якщо* $2∠B=∠A$*.*

*A*

*B*

*C*

*c*

*b*

*x*

Розв’язання

Нехай $∠B=α⇒$ $∠A=2α$, x – шукана сторона BC. Використовуючи теорему синусів, маємо:

$$\frac{x}{sin2α}=\frac{b}{sinα}=\frac{a}{sin\left(180^{°}-3α\right)}.$$

Виконаємо перетворення, щоб у знаменнику з’явився множник $sinα$:

$$\frac{x}{2sinαcosα}=\frac{b}{sinα}=\frac{a}{sin3α};$$

$$\frac{x}{2sinαcosα}=\frac{b}{sinα}=\frac{a}{3sinα-4sin^{3}α};$$

$$\frac{x}{2sinαcosα}=\frac{b}{sinα}=\frac{c}{sinα\left(3-4sin^{2}α\right)}.$$

Помножимо рівності на $sinα$:

$$\frac{x}{2cosα}=b=\frac{c}{3-4sin^{2}α}.$$

Використовуючи основну тригонометричну тотожність, перейдемо до косинусу:

$$\frac{x}{2cosα}=b=\frac{c}{3-4\left(1-cos^{2}α\right)};$$

$$\frac{x}{2cosα}=b=\frac{c}{3-4+4cos^{2}α}.$$

$$α$$