*Знайти похідні функцій*

$а)$ $y=\frac{1}{5}x^{5}-2x^{4}+\frac{2}{3}x^{2}+4x-5.$

Розв’язання

Для знаходження похідної даної функції використаємо властивість

$$\left(x^{n}\right)^{´}=nx^{n-1}.$$

У результаті отримаємо: $\frac{1}{5}∙5x^{4}-2∙4x^{3}+\frac{2}{3}∙2x+4∙1-0=x^{4}-8x^{3}+\frac{4}{3}x+4$ *– шукана похідна* $y^{´}(x)$*.*

$б)$$y=\frac{1}{2x^{2}}-\frac{1}{3x^{3}}+\frac{1}{5x^{5}}.$

Розв’язання

Скористаємось властивістю $\frac{1}{x^{n}}=x^{-n}$ та виконаємо зручне перетворення:

$$y=\frac{1}{2}∙x^{-2}-\frac{1}{3}∙x^{-3}+\frac{1}{5}∙x^{-5}.$$

Скориставшись властивістю $\left(x^{n}\right)^{´}=nx^{n-1}$, похідна буде мати вигляд:

$$-x^{-3}+x^{-4}-x^{-6}.$$

$в)$ $y=4\sqrt[4]{x^{3}}-3\sqrt[3]{x^{2}}+2\sqrt{x}.$

Розв’язання

Запишемо вирази з радикалами у вигляді показникової функції, користуючись властивістю

$\sqrt[n]{x^{m}}=x^{\frac{m}{n}}: y=4∙x^{\frac{3}{4}}-3∙x^{\frac{2}{3}}+2∙x^{\frac{1}{2}}.$ Користуючись властивістю $\left(x^{n}\right)^{´}=nx^{n-1},$похідна даної функції буде мати вигляд:

$$y^{´}\left(x\right)=4∙\frac{3}{4}∙x^{-\frac{1}{4}}-3∙\frac{2}{3}∙x^{-\frac{1}{3}}+2∙\frac{1}{2}∙x^{-\frac{1}{2}}=3x^{-\frac{1}{4}}-2x^{-\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{2}}.$$

У результаті отримаємо: $\frac{1}{5}∙5x^{4}-2∙4x^{3}+\frac{2}{3}∙2x+4∙1-0=x^{4}-8x^{3}+\frac{4}{3}x+4$ *–* шукана похідна$y^{´}(x)$*.*

$г)$$y=sinx-cosx.$

Розв’язання

Скористаємось властивістю: похідна суми дорівнює сумі похідних, отримаємо:

$y^{´}\left(x\right)=\left(sinx-cosx\right)^{´}$=$\left(sin\right)^{´}+\left(-cos\right)^{´}=cosx+sinx$

(для знаходження похідних тригонометричних функцій скористаємось таблицею похідних).

$$д) y=\frac{3}{7}x^{4}∙\sqrt[3]{x^{2}}-2x^{2}\sqrt{x^{3}}.$$

Розв’язання

Запишемо функцію у зручному вигляді: $y=\frac{3}{7}x^{4}∙x^{\frac{2}{3}}-2x^{2}∙x^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{7}x^{4}∙x^{\frac{2}{3}}-2x^{\frac{7}{2}}.=\frac{3}{7}x^{\frac{14}{3}}-2x^{\frac{7}{2}}.$

Отже шукана похідна матиме вигляд: $y^{´}\left(x\right)=\frac{3}{7}∙\frac{14}{3}x^{\frac{11}{3}}-2∙\frac{7}{2}∙x^{\frac{5}{2}}=2x^{\frac{11}{3}}-7x^{\frac{5}{2}}.$

$е)$$y=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$

Розв’язання

Для знаходження похідної скористаємось правилом диференціювання складної функції: $\left(u\left(v\right)\right)^{´}=u^{´}\left(v\right)∙v^{´}$.

Отже $\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)^{´}=\frac{1}{2\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}∙\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{´}.$ Далі скористаємось формулою похідної частки: $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)^{´}=\frac{u^{´}\left(x\right)∙v\left(x\right)-v^{´}\left(x\right)∙u\left(x\right)}{v^{2}(x)}.$

$$\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{´}=\frac{\left(1+x\right)^{´}∙\left(1-x\right)-\left(1-x\right)^{´}∙\left(1+x\right)}{\left(1-x\right)^{2}}=\frac{1-x+1+x}{\left(1-x\right)^{2}}=\frac{2}{\left(1-x\right)^{2}}.$$

Отже шукана похідна матиме вигляд:

 $y^{´}\left(x\right)=\frac{1}{2\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}∙\frac{2}{\left(1-x\right)^{2}}=\frac{1}{\left(1-x\right)^{2}∙\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}=\frac{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}{\left(1-x\right)^{2}∙\frac{1+x}{1-x}}=\frac{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}{\left(1-x\right)∙\left(1+x\right)}=\frac{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}{1-x^{2}}.$